

ΤΕΣΤ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1ο

Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφές Α(2,-4), Β(1,6) και Γ(3, 5). Να βρείτε:

- α) τις εξισώσεις των πλευρών του. (18 μονάδες)
- β) την εξίσωση του ύψους που φέρνουμε από την κορυφή Β προς την πλευρά ΑΓ. (12 μονάδες)
- γ) την εξίσωση της διαμέσου που φέρνουμε από την κορυφή Α προς την πλευρά ΒΓ. (12 μονάδες)
- δ) την εξίσωση της μεσοκαθέτου της πλευράς ΑΒ (8 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται οι ευθείες (δ) : $5x+3y-14=0$ και (ζ) : $7x-2y-1=0$.

- α) Να βρεθεί ευθεία (η) που να διέρχεται από το σημείο τομής των ευθειών (δ) και (ζ) και να διέρχεται από την αρχή των αξόνων. (25 μονάδες)
- β) Να βρεθεί ευθεία (ε) που να είναι παράλληλη στην ευθεία (δ) και διέρχεται από το σημείο της (ζ) με τεταγμένη 10 (25 μονάδες)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Λύση

Θέμα 1ο

α) $\lambda_{AB} = -10$ και AB: $y - 6 = -10(x - 1) \Leftrightarrow y = -10x + 16$

$$\lambda_{BG} = -\frac{1}{2} \text{ και BG: } y - 6 = -\frac{1}{2}(x - 1) \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{13}{2}$$

$$\lambda_{AG} = 9 \text{ και AG: } y - 5 = 9(x - 3) \Leftrightarrow y = 9x - 22$$

β) Έστω ΒΔ το ύψος. Τότε $\lambda_{BA} \cdot \lambda_{AG} = -1 \Leftrightarrow \lambda_{BA} = -\frac{1}{9}$ και

$$\text{ΒΔ: } y - 6 = -\frac{1}{9}(x - 1) \Leftrightarrow y = -\frac{1}{9}x + \frac{55}{9}$$

γ) Αν Μ το μέσο του ΒΓ, τότε: $x_M = \frac{x_B + x_\Gamma}{2} = 2$, $y_M = \frac{y_B + y_\Gamma}{2} = \frac{11}{2}$, άρα $M\left(2, \frac{11}{2}\right)$.

Επειδή $x_M = x_A = 2$ η ευθεία της διαμέσου ΑΜ είναι η $x=2$

δ) Αν Κ το μέσο της ΑΒ, τότε $x_K = \frac{x_B + x_A}{2} = \frac{3}{2}$, $y_K = \frac{y_B + y_A}{2} = 1$, $K\left(\frac{3}{2}, 1\right)$

$$\lambda_{AB} = -10 \text{ και } \lambda_{AB} \lambda_{AK} = -1 \Leftrightarrow \lambda_{AK} = \frac{1}{10}, \text{ άρα AK: } y - 1 = \frac{1}{10}\left(x - \frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow y = \frac{1}{10}x + \frac{17}{20}$$

Θέμα 2ο

α) Έστω Κ το σημείο τομής των δ,ζ. Τότε:
$$\begin{cases} 5x + 3y - 14 = 0 \\ 7x - 2y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}, K(1, 3)$$

$$\lambda_{OK} = \frac{3-0}{1-0} = 3 \text{ και η: } y = 3x$$

β) $\lambda_\varepsilon = \lambda_\delta = -\frac{5}{3}$

Για $y = 10$ η ζ γίνεται: $7x - 20 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 3$, άρα η ε διέρχεται από το $A(3, 10)$

$$\text{και ε: } y - 10 = -\frac{5}{3}(x - 3) \Leftrightarrow 5x + 3y - 45 = 0$$